Programme d'enseignement pour l'acquisition des premiers outils mathématiques du cycle 1

Sommaire

Principes

Tout comme l'ensemble des domaines du cycle 1, l'enseignement pour l'acquisition des premiers outils mathématiques participe à établir les fondements éducatifs et pédagogiques à partir desquels se développent les apprentissages des élèves tout au long de leur scolarité. À l'école maternelle, la fréquentation des mathématiques s'effectue quotidiennement. Toutes les occasions sont saisies pour que les élèves y soient confrontés dans des contextes différents. La pratique des mathématiques ne se limite pas à la construction du nombre et à la résolution de problèmes arithmétiques. Les jeux de construction, de repérage, de classement, ainsi que toutes les activités autour des motifs organisés concourent aussi à la construction de compétences mathématiques. De manière plus globale, les situations proposées contribuent à structurer la pensée et à développer chez les élèves des compétences transversales comme la maitrise du langage, l'inventivité et la curiosité intellectuelle, mais aussi le plaisir de chercher. Les compétences mathématiques acquises à la maternelle sont essentielles pour que l'élève se projette avec confiance dans les apprentissages fondamentaux de l'école élémentaire et au-delà.

Le programme est structuré en cinq thématiques : « Découvrir les nombres », organisée en deux sous-parties relatives à la fonction cardinale et à la fonction ordinale du nombre, « Utiliser les nombres pour résoudre des problèmes », « Explorer les solides et les formes planes », « Explorer les grandeurs » et « Se familiarisation avec les motifs organisés ». Les contenus du programme sont organisés en deux colonnes : dans celle de gauche sont renseignés les objectifs d'apprentissage ; dans celle de droite sont décrites de façon précise et détaillée les procédures que les élèves doivent acquérir pour atteindre ces objectifs. Ce choix du détail et de la précision est une aide à l'élaboration de la programmation des enseignements. La progressivité du programme est organisée selon l'âge des enfants (avant quatre ans, à partir de quatre ans et à partir de cinq ans), tout en laissant aux enseignants la liberté d'aborder une notion dès qu'ils ont pu observer chez les élèves l'acquisition des prérequis nécessaires.

En classe, les apprentissages mathématiques sont convoqués de manière explicite et structurée, à travers des situations dont les objectifs ont été clairement identifiés par l'enseignant. Aborder une même notion, par exemple celle du nombre, à travers différentes approches (réalisation de collections, dénombrement, comparaison) et selon différents points de vue (celui des quantités et celui des positions) permet d'en consolider l'apprentissage.

L'enseignement s'appuie sur les quatre modalités d'apprentissage de l'école maternelle (le jeu, la résolution de problèmes concrets, l'entrainement, la mémorisation) auxquelles s'intègre en mathématiques la manipulation. Cependant, il ne suffit pas que les élèves jouent et manipulent pour que leurs actions soient source d'apprentissage. L'acquisition d'une connaissance ou le développement d'une compétence à travers une activité ludique ou manipulatoire suppose que l'élève soit sollicité pour verbaliser les procédures et les stratégies qu'il engage dans ces activités. Le professeur, quant à lui, explicite oralement tout ce qu'il montre aux élèves pour les guider dans l'avancement de la tâche à réaliser et pour institutionnaliser les apprentissages effectués. Le matériel servant aux manipulations a vocation à évoluer d'objets figuratifs en lien avec la situation étudiée à des objets symboliques à caractère générique (jetons, cubes, etc.), puis à disparaitre au profit de manipulations purement mentales, sachant que, dans ce cas, le recours *a posteriori* à la manipulation sert à valider le résultat.

L'observation fine des élèves et l'analyse des procédures qu'ils sont amenés à verbaliser permettent à l'enseignant d'ajuster les modalités et les dispositifs à déployer pour répondre aux besoins des élèves et de les adapter à leur rythme d'apprentissage. Il importe de valoriser les réussites, mais aussi les progrès de chaque élève afin de renforcer sa confiance en lui-même et, par là même, sa capacité à réussir.

Il est attendu de l'enseignant qu'il utilise un vocabulaire précis et consacré, même si celui-ci n'est pas exigible des élèves. Ainsi, il parle d'un carré dont un sommet (et non une pointe) est placé vers le haut de la feuille ou encore d'un disque (et non d'un rond). Il explique la distinction entre un nombre et un chiffre (un nombre étant écrit avec des chiffres, de même qu'un mot est écrit avec des lettres). L'enseignant veille à travers ses pratiques de classe et le choix des situations qu'il propose à favoriser l'égalité entre les filles et les garçons.

Découvrir les nombres

Exprimer une quantité par un nombre

Introduction

Les jeunes enfants possèdent des intuitions très précoces sur les quantités. Ces intuitions leur permettent de comparer de façon approximative des quantités, voire d'effectuer des opérations arithmétiques simples sur de très petites quantités. Avant d'arriver à l'école maternelle, certains sont capables de verbaliser les premiers éléments de la suite ordonnée des noms des nombres (la comptine numérique) ou de numéroter un à un les objets d'une collection. Mais ces actions ne sont garantes ni de leur conception d'un nombre pour représenter une quantité, ni de leur compréhension qu'un nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'un objet à la collection précédente.

Les objectifs de l'école maternelle relatifs à la cardinalité des nombres (c'est-à-dire leur lien avec les quantités) sont de :

- comprendre que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente ;
- comprendre qu'une quantité est indépendante de la nature et de la position des objets (taille, place occupée, organisation spatiale) au sein de collections ;
- associer à une quantité un nombre représenté de différentes façons (représentations analogiques, nom des nombres, écriture chiffrée) et *vice versa* ;
- dénombrer des collections et comparer des quantités à l'aide de procédures variées ;
- composer et décomposer des nombres ;
- ordonner des quantités ;
- lire et écrire la représentation chiffrée des nombres de un à dix ;
- installer les premières procédures pour effectuer des calculs simples correspondant à des situations d'ajout ou de retrait.

Le passage des intuitions précoces au sens abstrait des nombres et à l'installation d'opérations mentales se fait très progressivement à travers la manipulation, puis la représentation et la verbalisation (par les élèves, mais aussi par l'enseignant) des procédures mises en œuvre. La manipulation s'effectue d'abord sur des objets du quotidien (poupées, objets du coin cuisine, boites à œufs, figurines, etc.), puis sur des objets non figuratifs (jetons, cubes, etc.), sans oublier les doigts des deux mains. Les représentations des nombres sont d'abord analogiques (constellations de points, représentation des doigts) et orales (le nom des nombres) avant de prendre la forme de l'écriture chiffrée.

Pour développer la capacité de dénombrement d'une collection, on veillera, en début d'apprentissage, à faire comprendre que, pour passer d'un nombre au suivant, on lui ajoute un. On accompagnera cet apprentissage d'une verbalisation du type « un jeton et encore un jeton, cela fait deux jetons ; et encore un jeton, cela fait trois jetons », en l'associant au geste d'ajouter à chaque fois un jeton supplémentaire et de désigner la nouvelle collection obtenue. Cela permet d'éviter le numérotage, qui consiste à associer à chaque jeton le nom d'un nombre. Ce passage est indispensable à l'acquisition du principe de cardinalité selon lequel le dernier mot prononcé quand on récite « un, deux, trois, etc. » représente la quantité d'objets énumérés. Une fois que les élèves ont compris le principe de cardinalité, ils peuvent dénombrer par simple énumération du nom des nombres en pointant un à un chacun des objets de la collection sans pointer deux fois le même et sans en oublier. La capacité d'énumération doit être enseignée en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale, car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non.

Les élèves apprennent, dès trois ans, à comparer par correspondance terme à terme des cardinaux de collections contenant plus d'objets que les nombres dont ils maitrisent déjà le sens. Ils peuvent également comparer globalement des cardinaux de collections très différents.

Il importe enfin de ne pas aborder l'écriture chiffrée des nombres avant d'en avoir installé le sens en termes de quantité, d'avoir utilisé le comptage avec les doigts et les représentations analogiques. Elle intervient au moment opportun, notamment pour communiquer par écrit sur des quantités.

Au-delà d'activités spécifiques sur la construction du nombre menées sur des temps dédiés, il convient de recourir aux nombres dans toutes les situations qui s'y prêtent.

Points de vigilance

Pour faciliter l'accès au caractère abstrait du nombre, on veillera à :

- varier la taille et la nature des objets dans les collections. Le nombre « trois » représente aussi bien trois éléphants que trois fourmis et le cardinal d'une collection de trois éléphants est plus petit que celui d'une collection de quatre fourmis ;
- travailler sur des collections dont les objets sont disposés dans l'espace de différentes manières ;
- ne pas introduire prématurément le nombre zéro qui pourra cependant être rencontré dans le cadre de la résolution d'un problème de retrait ou de déplacement. Par exemple : « J'ai mis cinq billes dans une boite. J'en enlève trois, puis deux. Combien en reste-t-il ? » ;
- s'assurer d'une bonne compréhension des nombres deux, puis trois, avant d'aborder des collections de quatre objets. Les résultats issus de recherches scientifiques indiquent que les élèves acquièrent successivement et dans l'ordre la compréhension des nombres inférieurs à cinq. Cette acquisition s'étale sur plusieurs mois ;
- s'assurer que les compositions et les décompositions des petits nombres (d'abord deux, puis trois, puis quatre) sont acquises avant d'en envisager d'autres. Ultérieurement et jusqu'à dix, la même attention doit être portée à l'élaboration progressive des quantités.

• À aborder avant 4 ans

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite**
– Comprendre qu'une quantité d'objets ne dépend ni de la nature de ces objets ni de leur organisation spatiale.	– Reconnaître puis réaliser des collections d'objets de même cardinal (d'abord deux objets, puis trois, voire quatre) mais de caractéristiques différentes (couleur, fonction et surtout taille). – Reconnaître puis réaliser des collections d'objets (d'abord deux, puis trois, voire quatre) de même cardinal, mais organisées de manières différentes dans l'espace. – Reconnaitre puis réaliser des collections d'objets dont le cardinal est donné par une représentation analogique ou par le nom d'un nombre. Par exemple, l'élève est capable, pour des nombres allant de un à trois, de répondre à la consigne « Mets dans chaque boite autant de jetons qu'il y a de points ou de doigts indiqués sur la boite ».
– Comprendre que : • si on ajoute un objet à une collection, le nombre qui désigne sa quantité est le suivant dans la suite orale des noms des nombres ; • dans la suite orale des noms des nombres, chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.	– Réaliser une collection contenant un objet de plus qu'une collection donnée (passer de un à deux, puis de deux à trois, voire de trois à quatre). Par exemple, lorsque l'enseignant demande à l'élève « Peux-tu me donner une voiture ? » et que l'élève la lui a donnée, si l'enseignant lui dit : « Je me suis trompé. En fait, j'en voulais deux », l'élève est capable de donner une voiture supplémentaire – Nommer les nombres correspondant au cardinal d'une collection avant et après l'ajout d'un élément.
– Dénombrer une collection d'objets (jusqu'à trois, voire quatre).	– Percevoir globalement une petite quantité d'objets. – Dénombrer une collection d'objets en les déplaçant un à un pour construire le principe de cardinalité. – Utiliser ses doigts ou le nom d'un nombre pour indiquer la quantité d'objets d'une collection ou celle figurant sur une représentation analogique (constellation de points). Par exemple, l'élève est capable de dénombrer la quantité de chaises autour d'une table (l'enseignant pourra varier l'organisation spatiale des chaises). Ou encore, dans la situation du voyageur (un wagon contenant des sièges), l'élève est capable d'aller chercher juste ce qu'il faut de voyageurs pour qu'il y ait un voyageur sur chaque siège et qu'il n'y ait aucun voyageur sans siège ni aucun siège sans voyageur (d'abord sans limiter le nombre de trajets de l'élève, puis en un seul trajet). – Utiliser les compositions : « un et un, cela fait deux ; deux et un, cela fait trois ; un et deux, cela fait trois, etc. ».
– Constituer une collection (jusqu'à trois, voire quatre objets) d'un cardinal donné.	– Réaliser des collections de deux, trois, voire quatre objets : • contenant la même quantité d'objets qu'une collection donnée ; • contenant la même quantité d'objets qu'une représentation analogique donnée (doigts de la main, constellations de points) ;

	• dont la quantité d'objets (jusqu'à trois, voire quatre) est énoncée oralement. Par exemple, l'élève est capable de répondre à la demande : « Donne-moi trois voitures ».
– Comparer des quantités.	– Comparer globalement (sans dénombrer) des cardinaux de deux collections dont les quantités d'objets diffèrent d'un facteur au moins égal à deux et utiliser les locutions « plus que » et « moins que ». Ne pas se limiter aux petites collections. Par exemple, l'élève est capable de comparer six crayons placés dans un pot transparent à deux crayons placés dans un autre. – Comparer par correspondance terme à terme les cardinaux de deux collections.
– Composer et décomposer des nombres (deux, trois, voire quatre). – Manipuler et verbaliser des compositions et des décompositions de nombres. Cela permet d'installer le fait que, dans une composition, l'ordre ne compte pas ; ces compositions et décompositions permettent de dénombrer plus efficacement que par le comptage un à un.	– Mobiliser des compositions et des décompositions de nombres pour résoudre des problèmes. – Réaliser des compositions et des décompositions de nombres avec les doigts des deux mains. – Verbaliser les compositions de nombres sous la forme « un et un font deux ; deux et un font trois ; un et deux font trois, etc. ». – Verbaliser les décompositions de nombres sous la forme « deux, c'est un et un ; trois, c'est un et deux ; trois c'est deux et un ; trois, c'est un et un et encore un, etc. ».
– Associer une quantité, le nom d'un nombre et une écriture chiffrée.	– Nommer le nombre (inférieur ou égal à trois, voire quatre) correspondant à une quantité d'objets ou à une représentation analogique et *vice versa*. – Représenter par une écriture chiffrée une quantité, une représentation analogique ou le nom d'un nombre et *vice versa*.
– Connaitre la comptine numérique de un à six.	– Réciter de façon ordonnée et segmentée la comptine jusqu'à six, en partant de un.

• À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Poursuivre la compréhension qu'une quantité d'objets ne dépend ni de leur nature ni de leur organisation spatiale.	– Reconnaître et réaliser des collections d'objets de même cardinal (jusqu'à six) mais de caractéristiques différentes (couleur, fonction et surtout taille). – Reconnaître et réaliser des collections d'objets (jusqu'à six) de même cardinal, mais organisées de manières différentes dans l'espace. – Reconnaitre et réaliser des collections d'objets dont le cardinal est donné par une représentation analogique ou par le nom d'un nombre.
– Poursuivre la compréhension des faits suivants : • si on ajoute un objet à une collection, le nombre qui désigne sa quantité est le suivant dans la suite orale des noms des nombres ; • dans la suite orale des nombres, chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.	– Réaliser une collection contenant un objet de plus qu'une collection donnée. – Nommer les nombres correspondant au cardinal d'une collection avant et après l'ajout d'un élément.
– Parcourir une collection en passant une et une seule fois par chacun de ses éléments.	– Séparer les éléments déjà pointés de ceux qui ne le sont pas encore. – Pointer du doigt ou marquer les éléments déjà parcourus (le nombre d'objets peut être supérieur à six). – Créer un parcours passant une et une seule fois par chaque élément. Par exemple, dans une boite de douze œufs fermée et vide dans laquelle on a percé douze fentes correspondant chacune à un alvéole, l'élève, qui dispose d'un grand nombre de jetons, est capable de mettre un jeton, et un seul, dans chaque fente sans oublier d'alvéole. Ou encore, si un certain nombre de boites d'allumettes fermées sont disposées sur une table et que l'élève dispose d'un grand nombre de jetons, il est capable de mettre un jeton, et un seul, dans chacune d'elles, sans en oublier, et de la refermer. Il peut déplacer les boites d'allumettes au fur et à mesure qu'elles contiennent un jeton.

– Dénombrer une collection d'objets (jusqu'à six).	– Utiliser ses doigts ou le nom d'un nombre pour désigner la quantité d'objets d'une collection ou celle figurant sur une représentation analogique (constellation de dé). – Utiliser le principe de cardinalité pour dénombrer une collection par énumération. – Utiliser des compositions des nombres (cette procédure peut être utilisée, mais n'est pas exigible). Par exemple, si l'enseignant positionne des assiettes sur une table et des verres sur une autre table éloignée, l'élève est capable d'aller chercher, en un seul trajet, juste ce qu'il faut de verres pour qu'il n'y ait pas d'assiette sans verre ni de verre sans assiette.
– Constituer une collection d'un cardinal donné (jusqu'à six objets).	– Réaliser des collections : • contenant la même quantité d'objets qu'une collection donnée ; • contenant la même quantité d'objets qu'une représentation analogique donnée (doigts de la main, constellations de points) ; • dont la quantité d'objets est énoncée oralement. – Réaliser une collection de quantité donnée en réunissant des collections plus petites (cette procédure peut être utilisée par les élèves qui connaissent des compositions, mais n'est pas exigible).
– Comparer des quantités.	– Comparer globalement (sans dénombrer) les cardinaux de deux collections dont les quantités d'objets diffèrent d'un facteur au moins égal à deux et utiliser les locutions « plus que » et « moins que ». Ne pas se limiter aux petites collections. – Comparer par correspondance terme à terme les cardinaux de deux collections. – Comparer les cardinaux de deux collections en dénombrant chacune d'elles. Par exemple, si l'enseignant positionne deux collections d'objets dans des endroits différents afin de ne pas permettre la correspondance terme à terme mais d'induire plutôt le dénombrement de chacune des collections, l'élève est capable de les comparer en verbalisant sa démarche : « Il y a quatre voitures sur une table et six vélos sur l'autre table, il y a donc plus de vélos que de voitures ».
– Composer et décomposer des nombres inférieurs ou égaux à six. – Manipuler et verbaliser des compositions et des décompositions de nombres. Cela permet d'installer le fait que, dans une composition, l'ordre ne compte pas ; ces compositions et décompositions permettent de dénombrer plus efficacement que par le comptage un à un.	– Mobiliser des compositions et des décompositions de nombres pour résoudre des problèmes. – Réaliser des compositions et des décompositions de nombres avec les doigts d'une ou des deux mains. – Verbaliser les compositions de nombres dont le résultat est inférieur ou égal à six. Verbaliser les décompositions des nombres de deux à six.
– Associer une quantité, le nom d'un nombre et une écriture chiffrée.	– Nommer le nombre (inférieur ou égal à six) correspondant à une quantité d'objets ou à une représentation analogique et *vice versa*. – Représenter par une écriture chiffrée une quantité, une représentation analogique, le nom d'un nombre et *vice versa*.
– Écrire en chiffres les nombres de un à six.	– S'initier à l'écriture des nombres dans des situations de communication.
– Connaitre la comptine numérique de un à douze.	– Réciter la comptine numérique de un à douze de façon ordonnée et segmentée.

• À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Poursuivre la compréhension qu'une quantité d'objets ne dépend ni de la nature de ces objets ni de leur organisation spatiale.	– Reconnaître et réaliser des collections d'objets de même cardinal (jusqu'à dix, voire au-delà) mais de caractéristiques différentes (couleur, fonction et surtout taille). – Reconnaître et réaliser des collections d'objets (jusqu'à dix, voire au-delà) de même cardinal mais organisées de manières différentes dans l'espace. – Reconnaitre et réaliser des collections d'objets dont le cardinal (jusqu'à dix, voire au-delà) est donné par une représentation analogique, par le nom du nombre ou par son écriture chiffrée.

– Poursuivre la compréhension des faits suivants : • si on ajoute un objet à une collection, le nombre qui désigne sa quantité est le suivant dans la suite orale des noms des nombres ; • dans la suite orale des nombres, chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.	– Réaliser une collection contenant un objet de plus qu'une collection donnée. – Réaliser une collection contenant un objet de moins qu'une collection donnée. – Nommer les nombres correspondant au cardinal d'une collection avant et après l'ajout ou le retrait d'un élément.
– Poursuivre les stratégies de parcours d'une collection en passant une et une seule fois par chacun de ses éléments.	– Séparer les éléments déjà pointés de ceux qui ne le sont pas encore. – Pointer du doigt ou marquer les éléments déjà parcourus (le nombre d'objets peut être supérieur à dix). – Créer un parcours passant une et une seule fois par chaque élément.
– Dénombrer une collection d'objets (jusqu'à dix, voire au-delà).	– Utiliser le principe de cardinalité pour dénombrer une collection par énumération. Utiliser des compositions et des décompositions pour dénombrer. Par exemple, si l'enseignant positionne huit objets en les organisant en deux constellations de quatre et demande de dénombrer la collection, l'élève est capable de : • compter de un en un ; • « mettre quatre dans sa tête », surcompter en utilisant ses doigts : « cinq, six, sept, huit » et annoncer qu'il y a huit objets ; – utiliser la connaissance d'une composition et verbaliser « ça fait huit parce que quatre et quatre font huit ».
– Constituer une collection d'un cardinal donné (jusqu'à dix, voire au-delà).	– Réaliser une collection : • contenant la même quantité d'objets qu'une collection donnée ; • contenant la même quantité d'objets qu'une représentation analogique donnée (doigts des deux mains, constellations de points) ; • dont la quantité d'objets est énoncée oralement ; • dont la quantité d'objets est représentée par son écriture chiffrée. Réaliser une collection (jusqu'à dix, voire au-delà) en réunissant des collections plus petites.
– Comparer des quantités.	– Comparer globalement (sans dénombrer) les cardinaux de deux collections dont les quantités d'objets diffèrent d'un facteur au moins égal à deux et utiliser les locutions « plus que », « moins que », « autant que ». On ne se limite pas aux petites collections. – Comparer par correspondance terme à terme les cardinaux de deux collections. – Comparer les cardinaux de deux collections en dénombrant chacune d'elles. – Comparer des quantités données par leur écriture chiffrée ou par le nom des nombres.
– Composer et décomposer des nombres inférieurs ou égaux à dix, voire au-delà. – Manipuler et verbaliser des compositions et des décompositions de nombres. Cela permet d'installer le fait que, dans une composition, l'ordre ne compte pas. – Surcompter (c'est-à-dire compter de un en un à partir d'un nombre donné).	– Mobiliser des compositions et des décompositions de nombres pour résoudre des problèmes. – Réaliser des compositions et des décompositions de nombres avec les doigts des deux mains. – Verbaliser les compositions de nombres. Parmi elles, figurent les doubles : « deux et deux font quatre », « deux fois deux font quatre », « trois et trois font six », « deux fois trois font six », « quatre et quatre font huit », « deux fois quatre font huit », « cinq et cinq font dix », « deux fois cinq font dix ». – Verbaliser les décompositions des nombres compris entre deux et dix. – Pour ajouter deux nombres, surcompter à partir du plus grand. Exemple de verbalisation par un élève : « Pour ajouter quatre et cinq, je mets cinq dans ma tête et je compte quatre sur mes doigts à partir de cinq : six, sept, huit, neuf. Donc quatre et cinq font neuf ».
– Associer une quantité, le nom d'un nombre et une écriture chiffrée.	– Nommer le nombre (jusqu'à dix, voire au-delà) correspondant à une quantité d'objets ou à une représentation analogique et *vice versa*. – Représenter par une écriture chiffrée une quantité, une représentation analogique, le nom d'un nombre et *vice versa*.
– Écrire en chiffres les nombres de un à dix.	– Écrire des nombres dans des situations de communication.

– Connaitre et utiliser la comptine numérique jusqu'à trente.	– Réciter la comptine numérique de un à trente de façon ordonnée et segmentée. – Réciter la comptine numérique jusqu'à un nombre donné. – Réciter la comptine numérique jusqu'à trente en partant d'un nombre autre que un (en vue du surcomptage). – Réciter la comptine numérique à rebours de dix à un (en vue du décomptage). – Réciter les comptines numériques (jusqu'à vingt) de deux en deux en partant de un et en partant de deux.

Exprimer un rang ou une position par un nombre

Introduction

Si le nombre sert à exprimer une quantité, il sert aussi à repérer un rang dans une file ou une position dans un dispositif ordonné, à condition d'avoir choisi un point de départ et un sens de parcours. Cette conception spatiale du nombre est un élément essentiel en mathématiques. À l'école maternelle, l'élève découvre cette nouvelle fonction du nombre en manipulant des suites ordonnées d'objets ou de personnes et en jouant à des jeux de plateau comme le jeu de l'oie ou celui des petits chevaux. La transformation mentale permettant de relier un nombre à une position est facilitée par l'utilisation d'une bande à l'intérieur de laquelle s'organise la suite des nombres, de la gauche vers la droite, chaque nombre occupant une case, à un rang bien déterminé. La conception spatiale des nombres et leur représentation sur la bande numérique présentent plusieurs intérêts en termes d'apprentissage :

- visualiser que les nombres entiers sont répartis de manière régulière : quelle que soit leur valeur, deux nombres entiers consécutifs diffèrent de un. La bande numérique préfigure la ligne numérique qui permettra à l'école élémentaire de représenter d'autres types de nombres (les fractions et les décimaux) ;
- élargir le sens des opérations entre nombres entiers : l'addition, déjà perçue comme l'ajout d'une quantité, est maintenant associée à un déplacement (dans le sens du parcours sur le plateau d'un jeu de l'oie, vers la droite sur une bande numérique).

Le fait qu'un nombre soit perçu à la fois comme une quantité et comme une position permet de résoudre des problèmes de deux natures différentes (d'une part ajout ou retrait, d'autre part déplacement dans un sens ou dans l'autre), mais relevant de la même procédure opératoire. Cette double conception du nombre aide à sa compréhension et facilite l'accès à son caractère abstrait.

Points de vigilance

De même que la connaissance de la comptine numérique (un, deux, trois, quatre, etc.) n'assure pas la compréhension du sens cardinal du nombre (exprimer une quantité), la récitation de la comptine des nombres ordinaux (premier, deuxième, troisième, quatrième, etc.) ne révèle pas la compréhension de la conception spatiale d'un nombre (un rang dans une file, une position dans un dispositif ordonné).

Pour calculer l'effet d'un déplacement sur une position, il est d'ailleurs accepté d'utiliser le nom des nombres sous forme cardinale et non ordinale : ainsi, dans un jeu de l'oie ou de petits chevaux, une procédure de déplacement pourra être verbalisée par un élève sous la forme « si je suis sur le quatre et que j'avance de deux, je me retrouve sur le six », sans que l'élève recouvre nécessairement aux adjectifs ordinaux « quatrième » et « sixième ». En revanche, ces termes sont utilisés par l'enseignant.

• À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Comprendre la notion de rang.	– Repérer par perception visuelle le rang d'un objet dans une suite ordonnée de cardinal inférieur ou égal à trois. – Repérer à l'aide d'une procédure de comptage le rang d'un objet dans une suite ordonnée de cardinal inférieur ou égal à six en montrant le premier, le deuxième, le troisième, jusqu'au sixième élément. Par exemple, l'élève est capable de se déplacer pour occuper un rang donné dans une file. Ou encore, l'élève est capable de montrer le premier animal, le quatrième et le dernier en partant de la mare ou en partant de l'arbre sur un chemin délimité par une mare et un arbre sur lequel sont positionnés différents animaux. Ou encore, l'élève est capable de communiquer à un camarade la position de la perle rouge dans un collier composé de cinq perles bleues et d'une perle rouge.
– Déterminer l'effet d'un déplacement sur une position.	– À partir d'une position initiale, déterminer la position résultant d'un avancement ou d'un recul d'une ou de deux unités. Exemple de procédure d'avancement de deux cases à partir du quatre : l'élève part du quatre et surcompte de deux : « cinq, six » en levant un doigt pour chaque nombre du surcomptage tout en avançant le pion d'une case à chaque fois.

– Se familiariser avec le début de la bande numérique.	– Positionner des représentations (constellation de points, doigts, écriture chiffrée) des nombres inférieurs ou égaux à six dans les premières cases de la bande numérique. – Placer un objet dans une case correspondant à une position donnée sur la bande numérique. – Compléter une bande numérique lacunaire. Par exemple, si l'enseignant juxtapose à l'horizontale des boites de même taille, l'élève est capable de construire la boite de chacun des nombres de un à six en y introduisant la quantité correspondante et en rendant visibles ses différentes représentations (constellation, doigts, chiffre).

• À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Comprendre la notion de rang d'un objet.	– Repérer par perception visuelle le premier, le dernier, le deuxième et l'avant-dernier des éléments d'une suite ordonnée. – Repérer à l'aide d'une procédure de comptage le rang d'un élément d'une suite ordonnée comportant au plus dix éléments. – Déterminer un rang dans une suite ordonnée (contenant jusqu'à dix objets) dont on a changé le point de départ ou le sens du parcours. Par exemple, si l'enseignant aligne dix cartes identiques sur une table, qu'à l'une des extrémités il positionne un disque bleu, à l'autre un disque rouge et qu'il cache sous l'une des cartes un dessin d'escargot, l'élève est capable de décrire oralement la position de celui-ci. Différentes verbalisations sont possibles. Par exemple : « Je pars du disque rouge et je compte neuf cartes », « je compte les cartes en partant du disque rouge, quand je suis arrivé à neuf, c'est la bonne carte », « l'escargot est sous la sixième carte en partant du disque bleu », « l'escargot est sous la neuvième carte en partant du disque rouge ». Ou encore, si l'enseignant présente au tableau un modèle de suite orientée (un train, une chainette, etc.) contenant des symboles et fournit à l'élève une feuille représentant le même dispositif, mais vide, l'élève est capable de positionner dans le dispositif, au même endroit que sur le modèle, un symbole qu'il a tiré au hasard. Différentes variantes organisationnelles peuvent être progressivement proposées : • modèle visible ; • modèle caché mais accessible en se déplaçant (pour travailler la mémoire des positions) ; • un élève ayant connaissance du modèle doit communiquer les informations aux autres pour qu'ils le reproduisent.
– Déterminer l'effet d'un déplacement sur une position. – Comprendre le lien entre un ajout et un avancement et celui entre un retrait et un recul.	– Verbaliser la procédure permettant de déterminer la position résultant d'un avancement ou d'un recul à partir d'une position initiale. – Exploiter les compositions et les décompositions des nombres jusqu'à dix.
– Construire la bande numérique jusqu'à dix.	– Positionner des représentations (constellation du dé, doigts, écriture chiffrée, représentation verticale de la quantité associée) des nombres inférieurs ou égaux à dix dans les premières cases de la bande numérique. – Placer un objet dans une case correspondant à une position donnée. – Compléter une bande numérique lacunaire.

Utiliser les nombres pour résoudre des problèmes

Introduction

On appelle problème une situation aboutissant à une question dont la réponse, apportée sous forme de solution, nécessite un traitement mathématique. La notion de problème suppose également la présence d'un obstacle : la réponse à un problème n'est pas immédiate. Elle nécessite la mise en place d'une stratégie. Il en résulte qu'un problème à un niveau scolaire n'en est plus un à un niveau scolaire plus élevé. À l'école maternelle, les problèmes proposés sont tous des problèmes de nature arithmétique dont la résolution ne comporte qu'une seule étape.

Les élèves prennent plaisir à résoudre ces problèmes, véritables défis à relever, donnant lieu à des mises en scène et à des manipulations. Pour résoudre un problème, les élèves sont amenés à chercher, à faire des essais, à formuler une réponse et à vérifier qu'elle convient, à recommencer si ce n'est pas le cas et toujours à verbaliser les procédures mises à l'œuvre. La résolution de problèmes induit le développement informel du sens des opérations, même s'il n'est pas fait appel aux symboles qui les représentent.

À l'école maternelle, les problèmes relèvent de différentes catégories : problèmes de réunion, d'ajout et de retrait (encore connus sous le nom générique de problèmes de parties-tout), de recherche d'écarts (comparaison), de groupements ou de partage, de déplacement.

La résolution de différents problèmes amène les élèves à utiliser une même procédure opératoire dans des contextes différents. Si des analogies entre problèmes peuvent être signalées, en revanche, le rattachement de chaque problème à une catégorie particulière n'a pas à être présenté aux élèves.

Les problèmes arithmétiques ne présentent pas tous le même niveau de difficulté : ainsi, les problèmes de réunion sont plus accessibles que ceux de groupement ou de partage. Au sein d'une même catégorie, les problèmes n'ont pas tous le même niveau d'accessibilité. Ainsi, dans la catégorie des problèmes de réunion, les plus accessibles portent sur la recherche de la quantité totale d'une collection quand on connait celle de chacune de ses parties. Pour les problèmes d'ajout et de retrait, la recherche de la quantité finale d'une collection après un ajout est plus accessible qu'après un retrait. Enfin, ces problèmes peuvent être proposés dès que les élèves sont capables de déterminer les quantités impliquées dans le problème.

Le niveau de difficulté d'un problème dépend aussi de la possibilité d'utiliser ou non du matériel pour en réaliser l'action. Au cours des trois années de maternelle, le type de matériel et sa mise à disposition sont amenés à évoluer. Auprès des élèves de moins de quatre ans, l'enseignant commence par utiliser lui-même du matériel figuratif et à mettre en scène la situation. Il laisse ensuite les élèves faire de même afin qu'ils s'approprient l'énoncé. Les objets figuratifs sont progressivement remplacés par des objets symboliques permettant une première entrée dans l'abstraction. En fin d'école maternelle, les élèves sont incités à ne plus recourir à la manipulation et au dénombrement de collections effectives, mais à des représentations sur papier et à des processus mentaux comme le comptage, le surcomptage ou le décomptage, ou l'utilisation des compositions et des décompositions des nombres.

L'enseignant veille à proposer des situations adaptées à l'âge et au développement cognitif des élèves.

Dès la première année de maternelle, la résolution de problème s'effectue lors de temps courts d'enseignement consacrés à cette activité, mais aussi à chaque moment où la situation s'y prête (par exemple lors d'activités physiques). À partir du milieu de la scolarité en maternelle, on propose aux élèves des séances fréquentes et régulières dédiées à la résolution de problèmes.

Points de vigilance

- L'enseignant veille à proposer des problèmes dont certains termes de l'énoncé ne sont pas « concordants » avec l'opération à effectuer, afin de ne pas encourager des automatismes erronés en lieu et place de la réflexion. Ainsi, à partir de 5 ans, les élèves sont confrontés à des problèmes de comparaison comportant la locution « de plus » alors que l'opération à effectuer est une soustraction.
- L'enseignant habitue les élèves à vérifier la justesse des solutions qu'ils proposent, notamment par la manipulation.

• À aborder avant 4 ans

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Recherche du tout ou d'une partie dans un problème de parties-tout.	– Manifester sa compréhension du problème en réalisant l'action décrite par l'énoncé avec du matériel figuratif. – Percevoir visuellement la solution quand les quantités mises en jeu sont petites. – Utiliser ses doigts pour compter, surcompter ou décompter. Par exemple, si une valise contient deux peluches et que l'enseignant en ajoute une devant l'élève et ferme la valise, l'élève est capable de répondre à la question : « Combien y a-t-il de peluches dans la valise maintenant ? » Par exemple, si dans une boite opaque contenant quatre crayons, l'enseignant en retire deux devant l'élève et ferme la boite, l'élève est capable de répondre à la demande « J'avais quatre crayons dans la boite. J'en ai retiré deux. Combien y a-t-il de crayons dans la boite maintenant ? ».

• À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Rechercher le tout ou une partie dans un problème de parties-tout. – Trouver une position finale à partir d'une position initiale et d'un déplacement sur une piste du type du jeu de l'oie ou sur la bande numérique.	– Utiliser des objets figuratifs, puis symboliques, pour réaliser l'action correspondant au problème. – Dénombrer une collection par énumération. – Utiliser ses doigts pour compter. – Utiliser ses doigts pour surcompter. – Faire appel aux premières compositions et décompositions des nombres. – Répartir des objets en les distribuant un à un dans un problème de partage.

– Rechercher le tout dans un problème de groupements. – Rechercher la valeur d'une part dans un problème de partage équitable.	**Rechercher le tout ou une partie dans un problème de parties-tout** Par exemple, si l'enseignant place une collection d'objets sur une table, l'élève est capable de la dénombrer. Il peut noter cette quantité sous différentes formes pour la mémoriser avant de fermer les yeux pendant que l'enseignant dissimule sous un chapeau une partie de la collection. Il est ensuite capable de trouver la quantité dissimulée sous le chapeau. Ou encore, si l'enseignant déclare « Lilou avait cinq kiwis et elle en a mangé deux, combien de kiwis lui reste-t-il ? », l'élève est capable de verbaliser la réponse sous une forme du type : « Si Lilou avait cinq kiwis et qu'elle en a mangé deux, pour trouver combien de kiwis il lui reste, je recule de deux à partir de cinq : quatre ; trois. Il lui reste trois kiwis ». Ou encore sous une forme du type : « Comme je sais que cinq, c'est deux et trois, il lui reste trois kiwis ». **Trouver une position finale à partir d'une position initiale et d'un déplacement** Par exemple, l'élève est capable de préciser la case d'arrivée à partir d'une case de départ et du résultat d'un lancer de dé sur un jeu de plateau du type du jeu de l'oie avec des contraintes qui imposent de reculer. Le dé peut être à constellations ou chiffré. **Rechercher le tout dans un problème de groupements** Par exemple, si l'enseignant positionne devant l'élève trois boites opaques contenant chacune deux crayons et qu'il montre successivement le contenu de chacune de ces boites, l'élève est capable de trouver le nombre total de crayons. **Rechercher la valeur d'une part dans un problème de partage** Par exemple, si l'enseignant déclare « J'ai six gâteaux Ộpartager équitablement entre deux poupées et chacune doit recevoir le plus grand nombre possible de gâteaux », l'élève est capable de trouver le nombre de gâteaux que va recevoir chaque poupée. Du matériel est éventuellement mis à disposition de l'élève pour lui permettre de mettre en scène la situation avant de répondre à la question.

• À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Déterminer le tout ou une partie dans un problème de parties-tout (d'abord deux parties, puis éventuellement trois). – Déterminer la quantité d'objets ayant été ajoutée ou retirée à une collection à partir de ses quantités initiale et finale. – Déterminer la position finale (respectivement initiale) à partir de la position initiale (respectivement finale) et d'un déplacement sur une piste du type du jeu de l'oie ou sur la bande numérique. – Déterminer le cardinal d'une collection à partir de celui d'une autre collection et de l'écart entre les deux. – Déterminer le tout dans un problème de groupement d'objets. – Déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable (avec éventuellement un reste).	– Utiliser des procédures de calcul (comptage, décomptage, surcomptage) pour résoudre un problème parties-tout. Ainsi, pour calculer la quantité d'objets issue de la réunion d'une collection de trois à une collection de cinq objets, l'élève « met le plus grand nombre dans sa tête » (ici cinq) et surcompte de l'autre nombre (ici trois) en levant les doigts : « six, sept, huit ». – Mobiliser la connaissance des compositions-décompositions des nombres. – Distribuer des objets un à un ou deux à deux pour résoudre un problème de partage. – Agir par essais et réajustements pour résoudre un problème de partage. – Utiliser une représentation sur papier du problème à résoudre. **Déterminer le tout ou une partie dans un problème de parties-tout (d'abord deux parties, puis éventuellement trois)** Par exemple, si l'enseignant met successivement devant l'élève trois cubes rouges, un cube bleu et deux cubes verts dans une boite opaque, l'élève est capable de déterminer le nombre total de cubes dans la boite. Ou encore, si sept oiseaux sont perchés sur une branche et que trois d'entre eux s'envolent, l'élève est capable de déterminer le nombre d'oiseaux qu'il reste. Dans un premier temps l'enseignant modélise la situation à l'aide de matériel symbolique : un fil et des pinces à linge. Dans un second temps il fournit à l'élève une représentation symbolique sur papier. L'élève est alors capable de : • barrer trois des symboles représentant les oiseaux envolés et compter ceux qui restent ; • décompter de trois à partir de sept ; • utiliser la décomposition de sept en quatre et trois. **Déterminer la quantité d'objets ayant été ajoutée ou retirée à une collection à partir de ses quantités initiale et finale** Par exemple, si lors de la récréation huit élèves veulent un vélo alors que seulement deux vélos sont sortis, l'élève est capable de préciser le nombre de vélos qu'il faut sortir pour que chacun ait un vélo.

	Déterminer le cardinal d'une collection à partir de celui d'une autre et de l'écart entre les deux Par exemple, l'élève est capable de résoudre le problème suivant, dont l'énoncé est en concordance avec l'opération à effectuer : « Pierre a cinq billes. Julie a trois billes de plus que Pierre. Combien Julie a-t-elle de billes ? » Il est également capable de résoudre le problème suivant, dont l'énoncé est en discordance avec l'opération à effectuer : « Pierre a cinq billes. Il a trois billes de moins que Julie. Combien Julie a-t-elle de billes ? » **Déterminer le tout dans un problème de groupements** Par exemple, si quatre assiettes sont placées sur une table et qu'une grande collection de gâteaux (symbolisés par des jetons) est placée sur une autre table éloignée, l'élève est capable d'aller chercher en un seul voyage la quantité exacte de gâteaux pour qu'il y ait deux gâteaux dans chaque assiette. **Problèmes de partage en parts égales avec éventuellement un reste** Par exemple, si deux poupées sont positionnées devant une table et que l'enseignant déclare « Je veux partager dix gâteaux entre mes deux poupées pour que chacune reçoive le même nombre de gâteaux », l'élève, qui dispose de dix jetons symbolisant les gâteaux, est capable de déterminer combien de gâteaux va recevoir chaque poupée. Ou encore, l'élève, qui dispose de dix images, est capable de demander le nombre d'enveloppes nécessaires pour ranger deux images par enveloppe.

Explorer les solides et les formes planes

Introduction

À l'école maternelle, l'exploration d'objets (à trois dimensions) et de formes planes (à deux dimensions) par la manipulation et la verbalisation a plusieurs objectifs, intrinsèquement liés à l'apprentissage des mathématiques :

- s'abstraire progressivement de propriétés qualitatives (couleur, texture, fonction, etc.) pour ne retenir que celles de la géométrie : identifier les caractéristiques géométriques de solides à trois dimensions (cube, pavé, pyramide, cylindre, cône, boule) et celles de formes géométriques planes (carré, triangle, rectangle, disque) ;
- développer le sens de l'espace et de l'orientation, notamment à travers des jeux de construction, d'encastrement et de puzzle ;
- développer la logique à travers des situations de tri et de classement ;
- enrichir le vocabulaire.

En début d'apprentissage, si les élèves peuvent recourir à un vocabulaire du quotidien, par exemple dire « rond » au lieu de « disque », il importe que l'enseignant s'exprime à l'aide du lexique mathématique adapté. Cependant, on veillera à ne pas faire nommer les objets géométriques de manière prématurée. La nécessité de recourir au vocabulaire spécifique prend son sens dans des situations de communication. Les principaux objectifs visés sont la reconnaissance des objets géométriques et leur description. À ce stade, savoir les nommer n'est pas la priorité.

Points de vigilance

- Les solides dont l'épaisseur est très faible sont assimilés à des formes planes et, parmi les formes planes, on distingue les formes géométriques (carré, triangle, rectangle, disque) des formes non géométriques (pièces de puzzle).
- Les représentations en perspective de solides ne sont pas abordées ou utilisées en maternelle.
- On sera particulièrement attentif à varier les configurations et les orientations (ne pas présenter uniquement des triangles équilatéraux ou des triangles ayant un côté horizontal ou des carrés à côtés horizontaux ou verticaux).
- Le travail sur les empreintes a pour objectifs d'identifier les faces planes des solides et de faire comprendre aux élèves qu'une même empreinte peut correspondre à plusieurs solides.
- Les empreintes de sommets, d'arêtes et de faces non planes ne constituent pas un objectif d'apprentissage.
- Les manipulations peuvent mettre en jeu des solides et des formes planes dont la connaissance n'est pas un objectif d'apprentissage.
- Le tri se différencie du classement : trier des objets selon un critère (par exemple « être un cube ») revient à les répartir en deux groupes : ceux qui vérifient le critère et ceux qui ne le vérifient pas. Classer des objets selon leur forme revient à les répartir en plusieurs groupes, de manière à ce que tous ceux qui sont dans le même groupe aient la même forme.

• À aborder avant 4 ans

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Reconnaitre, trier et classer des objets selon leur forme. – Percevoir l'invariance de la forme d'un objet par rapport aux déplacements qu'il peut subir.	– Reconnaitre visuellement et tactilement des objets de même forme qu'un objet donné. – Classer selon leur forme des objets qui diffèrent aussi par d'autres critères. – Encastrer des objets.

– Reproduire des assemblages de solides ou de formes planes.	– À partir d'un modèle, reproduire un assemblage à l'échelle d'au plus quatre éléments (puzzle, pavage, assemblage de solides).

• À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Reconnaitre et classer des solides (cube, boule, pyramide à base carrée, cylindre) et des formes géométriques planes (triangle, carré, disque). – Reproduire des assemblages de solides ou de formes planes (au maximum cinq).	– Reconnaitre visuellement et tactilement un solide correspondant à un solide donné. – Reconnaitre visuellement et tactilement une forme plane correspondant à une forme donnée. – Classer des solides et des formes planes. – Manipuler (tourner, retourner) des solides pour les encastrer. – Manipuler (tourner, retourner) des formes planes pour les superposer à un modèle. – Reproduire un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides) comportant jusqu'à cinq éléments. – Produire différentes empreintes d'un objet ou d'un solide et, inversement, trouver un objet ou un solide associé à une empreinte donnée.

• À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Décrire quelques solides simples : cube, pavé, boule, pyramides à base carrée ou triangulaire, cylindre, cône. – Reconnaitre, trier et classer des formes géométriques planes, indépendamment d'autres critères comme la couleur, la taille, l'orientation. – Décrire et nommer quelques figures géométriques simples : carré, rectangle, triangle, disque. – Reproduire des assemblages de solides (au maximum cinq) et de formes planes (au maximum huit). – S'approprier la règle comme outil de tracé.	– Décrire avec des mots simples les solides pour les différencier les uns des autres. Par exemple, l'élève est capable de préciser oralement la nature et le nombre de faces nécessaires à la réalisation d'un cube, d'une pyramide. – Reconnaitre visuellement et tactilement une forme géométrique correspondant à une forme géométrique donnée (carré, rectangle, triangle, disque). – Trier et classer des formes géométriques. – Décrire et nommer quelques formes géométriques planes (carré, rectangle, triangle, disque) présentées dans toutes les orientations et dans les configurations les plus générales (rectangle ou carré dont les côtés ne sont ni horizontaux ni verticaux, triangle non équilatéral et dont aucun côté n'est horizontal). – Reproduire un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides) non nécessairement à l'échelle. – Utiliser la règle pour effectuer des tracés.

Explorer des grandeurs : la longueur, la masse

Introduction

Les jeunes élèves appréhendent intuitivement les grandeurs que sont la longueur et la masse (confondue à tort avec le poids dans le langage courant). À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et mettent en œuvre des procédures qui consolident le sens de ces deux grandeurs, sachant que la masse n'est introduite qu'à partir de quatre ans. Ils appréhendent ces deux notions en effectuant des comparaisons et des classements (du plus long au plus court, du plus lourd au plus léger, etc.). Dans un premier temps, ils effectuent des comparaisons directes, puis utilisent des objets intermédiaires permettant des comparaisons indirectes. La comparaison directe de longueurs peut se faire par perception visuelle, par superposition ou par mise à la même origine. Pour les comparaisons indirectes, les élèves recourent à une bande témoin sur laquelle ils reportent les longueurs à comparer.

Les élèves comprennent que les attributs de grandeurs (« grand » ou « petit », « long » ou « court », « lourd » ou « léger »), sont relatifs et que les grandeurs longueur et masse ne sont pas liées : être plus long ne signifie pas être plus lourd.

• À aborder avant 4 ans

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
La longueur – Reconnaitre un objet de même longueur qu'un objet donn$. – Comparer des objets selon leur longueur.	– Percevoir visuellement qu'un objet est plus long qu'un autre lorsque leurs longueurs sont très différentes. – Déplacer un objet pour le mettre à la même origine qu'un autre afin de comparer leur longueur lorsqu'elles diffèrent de peu. Par exemple, l'élève est capable de superposer trois briques par ordre décroissant de longueur afin de construire un escalier et de répartir des briques en trois groupes selon leur longueur.

• À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
La longueur – Comparer directement des longueurs d'objets rectilignes et verbaliser le résultat. – Classer des objets rectilignes selon leur longueur. – Ordonner des objets rectilignes selon leur longueur et verbaliser le résultat.	– Percevoir visuellement le classement (en trois groupes) de plusieurs objets selon leur longueur lorsque celles-ci sont très différentes. – Déplacer des objets pour les mettre à la même origine que l'un d'eux afin de comparer leur longueur lorsqu'elles diffèrent de peu. – Utiliser à bon escient les locutions « plus long que », « plus court que », « de même longueur que ». Par exemple, l'élève est capable de classer selon leur longueur quatre bandes de papier différant à la fois par leur longueur et par leur couleur et de verbaliser le résultat. Ou encore, l'élève est capable de superposer six briques par ordre décroissant de taille afin de construire un escalier.
La masse – Comparer les masses de deux objets.	– Soupeser des objets pour les classer selon leur masse lorsque celles-ci sont très différentes. Veiller à comparer des objets de masses volumiques différentes afin de différencier masse et volume. Par exemple, l'élève est capable de comparer les masses d'une balle de tennis et d'une boule de pétanque, d'un sachet rempli de coton et d'un sachet de même volume rempli de sable. – Utiliser une balance de type Roberval pour comparer des objets dont les masses diffèrent de peu. – Utiliser à bon escient les locutions « plus lourd que », « plus léger que », « de même masse que ».

• À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
La longueur – Comparer indirectement des longueurs d'objets rectilignes. – Ordonner des objets rectilignes selon leur longueur (au maximum cinq). – Produire un objet rectiligne de même longueur qu'un objet donné.	– Utiliser une bande témoin pour y reporter différentes longueurs afin de les comparer. – Utiliser une bande témoin pour y reporter différentes longueurs afin de les ordonner.
La masse – Ordonner les masses de trois objets. Verbaliser les résultats. – Reconnaitre l'égalité de deux masses et verbaliser le résultat.	– Utiliser une balance de type Roberval pour comparer des masses. – Réaliser l'équilibre sur une balance de type Roberval. – Utiliser à bon escient les locutions « plus lourd que », « plus léger que », « de même masse que ». – Utiliser la transitivité : si $a < b$ et $b < c$ alors $a < c$

Se familiariser avec les motifs organisés

Introduction

Un motif est une configuration d'éléments organisés selon des règles bien définies. Les motifs peuvent être de différentes natures (la répétition de l'alternance de deux perles rouges et de trois perles bleues dans un collier, celle de deux sons aigus et de trois sons graves dans un morceau sonore, ou celle de deux pas en avant et de trois pas sur le côté gauche dans un mouvement). La structure d'un motif découle de l'application d'une règle de prolongement à un motif de base. Cette structure est représentable par un modèle formel (ainsi, la structure commune aux trois exemples précédents peut être représentée par le modèle formel AABBBAABBB…). Selon la règle appliquée, on distingue les motifs répétitifs (par exemple AABBAABBAA) des motifs évolutifs (par exemple ABAABBAAABBB). Les motifs évolutifs ne seront travaillés qu'à partir de cinq ans.

Dès l'école maternelle, copier, identifier, mémoriser, compléter, prolonger un motif permet de stimuler des compétences mathématiques, notamment dans les domaines de la géométrie, de la logique et de l'algorithmique. Repérer un même motif dans une suite de sons, dans un enchainement de mouvements et dans une rangée de perles attire l'attention de l'élève sur l'existence d'une structure commune et par là même constitue un premier accès à l'abstraction.

Enfin, la représentation mentale d'un motif (par exemple sous la forme « rouge, bleu, rouge, bleu, etc. » pour un motif répétitif avec une alternance) prend moins de place en mémoire que celle du motif complet (un collier de vingt perles alternant une perle rouge et une perle bleue). L'acquisition de cette procédure intellectuelle de « compression du motif » sous la forme d'un programme mental est utile à la mémorisation.

Les activités proposées ont pour objectifs :

- d'éveiller les élèves à l'abstraction ;
- d'enrichir leur lexique et de développer leurs capacités de mémorisation, de création et de verbalisation ;
- de faciliter l'introduction ultérieure de concepts mathématiques plus avancés comme les suites organisées de nombres ou la notion d'algorithme (suite organisée d'instructions).

Points de vigilance

- Il importe de varier la nature (gestuelle, visuelle, sonore) et la structure (répétitive ou évolutive) des motifs ainsi que le type d'activités les impliquant. Celles-ci ne sauraient être limitées à la fabrication de colliers de perles ou à la construction de tours à partir de blocs colorées.
- Pour favoriser le développement de capacités d'abstraction, les règles de prolongement des motifs proposés doivent être variées.
- Dans des situations de mémorisation, de reproduction ou de communication d'un motif complet, on incitera l'élève à analyser sa structure (motif de base et règle de prolongement).
- Même si, parmi les multiples façons de prolonger l'amorce d'un motif, certaines peuvent sembler plus naturelles que d'autres, l'enseignant veillera à accepter toutes les propositions cohérentes pourvu que les élèves justifient la règle de prolongement qu'ils ont retenue.
- Si on accepte des élèves de multiples formulations pour décrire un motif, il importe que l'enseignant utilise les termes appropriés (répétition, alternance, etc.).
- La traduction formelle (par exemple sous la forme AABBBAABBB…) d'un motif n'est pas un attendu de la maternelle.

• À aborder avant 4 ans

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Mémoriser un motif répétitif très simple. – Reproduire un motif répétitif à l'identique.	– Recopier à l'identique un motif répétitif composé de quelques éléments. – Reproduire de mémoire un motif répétitif présentant une alternance. – Compléter un motif Par exemple, l'élève est capable de recopier le motif suivant : ★●★●★●★ Ou encore, l'élève est capable de reproduire une partie du motif qui est cachée, d'anticiper les éléments cachés puis de vérifier en retirant le cache.

• À partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
– Mémoriser un motif répétitif simple. – Reconnaitre un motif répétitif à ses régularités. – Décrire oralement des motifs répétitifs simples de différentes natures, sans nécessairement recourir au vocabulaire spécialisé. – Prolonger l'amorce d'un motif répétitif et verbaliser la règle de prolongement utilisée.	– Identifier parmi plusieurs configurations celles qui contiennent un motif répétitif. – Trouver un intrus parmi des éléments ne respectant pas totalement une organisation logique, par exemple correspondant à la traduction formelle ABABAABABABABABA – Reproduire de mémoire un motif répétitif simple. – Verbaliser les éléments d'un motif répétitif simple visuel, sonore ou gestuel. – Prolonger l'amorce d'un motif répétitif visuel, sonore ou gestuel en verbalisant sa structure. Par exemple, l'élève est capable de reproduire de mémoire, après l'avoir observée, une tour de neuf briques avec alternance d'une brique bleue et de deux briques jaunes. Ou encore, l'élève est capable de trouver l'intrus dans le motif suivant : ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ Ou encore, l'élève est capable de décrire le motif suivant et de le compléter en y ajoutant l'élément manquant : ★●●★●●★?●★ Ou encore, l'élève est capable de prolonger les motifs suivants et d'expliquer leur règle de prolongement : ★●★● ★●●★●●

• À partir de 5 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite**
– Repérer et décrire oralement la structure d'un motif évolutif (par exemple relevant de la transcription formelle ABAABBAAABBB). – Identifier la structure d'un motif répétitif ou évolutif indépendamment des éléments physiques qui le composent. – Créer des motifs de différentes natures.	– Verbaliser les éléments d'un motif évolutif simple en utilisant un lexique plus élaboré (notamment géométrique). Par exemple, « un carré, un disque, deux carrés, deux disques et on recommence en ajoutant un à chaque fois ». – Transcrire un motif visuel simple en utilisant des symboles différents de ceux qui le composent. – Reconnaitre des motifs visuels ayant la même structure. – Transcrire sous forme visuelle ou gestuelle un motif sonore (et *vice versa*). – Créer un motif (visuel, sonore ou gestuel) et le décrire afin qu'un autre élève soit capable de le reproduire. – Identifier et verbaliser les règles donnant lieu à différents prolongements d'une même amorce. Par exemple, l'élève est capable de repérer et de verbaliser la structure du motif suivant : ●■●●■■●●●■■■ Ou encore, l'élève est capable, pour chacun des deux motifs ci-dessous, de transcrire le motif de la première ligne en utilisant les éléments de la deuxième ligne : motif : ■ ■ ■ ■ ou ■●■■●●■■■●●● éléments : ★ ● ↑✳ Ou encore, l'élève est capable de reconnaitre parmi les quatre motifs ci-dessous ceux qui ont la même structure : « Taper une fois dans ses mains, deux fois sur les cuisses et recommencer » ; ↑✳✳↑ ; ■ ■ ■ ■ ; ★★●●. Ou encore, l'élève est capable de décrire oralement une règle de fabrication pour chacun des colliers suivants, ayant tous pour amorce la succession d'une perle rouge, d'une perle bleue et d'une perle rouge :