B A C C A L A U R É A T   T E C H N O L O G I Q U E

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES

Vendredi 16 juin 2017

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION STMG

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** – COEFFICIENT : **3**

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche,
même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction
dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.
La page 6 est une annexe au sujet, à rendre avec la copie.

Dès que le sujet lui est remis le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

Exercice 1 (4 points)

Selon l'INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques), en 2015 :

- 82,4 % des logements en France sont des résidences principales ;
- 9,4 % des logements en France sont des résidences secondaires ou occasionnelles ;
- 8,2 % des logements en France sont vacants.

Chaque logement peut être une maison individuelle ou un logement dans un immeuble collectif.

- Parmi les résidences principales, 56,9 % sont des maisons individuelles.
- Parmi les résidences secondaires ou occasionnelles, 57,9 % sont des maisons individuelles.
- Parmi les logements vacants, 48,3 % sont des maisons individuelles.

On choisit un logement au hasard et on note :
R l'événement « le logement est une résidence principale »
S l'événement « le logement est une résidence secondaire ou occasionnelle »
V l'événement « le logement est vacant »
M l'événement « le logement est une maison individuelle »
I l'événement « le logement est dans un immeuble collectif »

Dans la suite de l'exercice, tous les résultats seront arrondis au millième.

1. En utilisant les données de l'énoncé, compléter l'arbre pondéré donné en annexe 1.

2. Quelle est la probabilité de l'événement « le logement est une maison individuelle et une résidence principale » ?

3. Montrer que la probabilité, arrondie au millième, pour que le logement soit une maison individuelle est égale à 0,563.

4. Calculer la probabilité que le logement soit une résidence principale sachant qu'il s'agit d'une maison individuelle.

Exercice 2 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point, une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Les deux parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, traduit l'évolution du SMIC (Salaire minimal interprofessionnel de croissance) horaire brut en euro entre 2011 et 2015.
Il indique également les taux d'évolution annuels arrondis à 0,1 %.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2011	2012	2013	2014	2015
2	SMIC horaire brut en euro	9	9,31	9,43	9,53	9,61
3	Taux d'évolution en pourcentage					

1. Le taux d'évolution global du SMIC horaire brut entre 2011 et 2015, arrondi à 0,1 %, est de :

   a) 6,0 % b) 6,8 % c) 7,0 % d) – 6,3 %

2. Le taux d'évolution moyen annuel du SMIC horaire brut entre 2011 et 2015, arrondi à 0,1 %, est de :

   a) 1,1 % b) 1,7 % c) 0,7 % d) – 1,6 %

3. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution d'une année à l'autre ? La plage de cellules C3:F3 est au format pourcentage arrondi à 0,1 %.

   a) $=(\mathrm{C2}-\mathrm{B2})/\mathrm{C2}$ b) $=(\mathrm{C2}-\mathrm{B\$2})/\mathrm{C2}$
   c) $=(\mathrm{C2}-\mathrm{B2})/\mathrm{B2}$ d) $=(\mathrm{C2}-\mathrm{\$B\$2})/\mathrm{B2}$

Partie B

On considère X une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 60 et d'écart type 5.

1) La probabilité $p(50 \leq X \leq 70)$ arrondie à 0,01 est égale à :

   a) 0,60 b) 0,68 c) 0,95 d) 0,99

2) La probabilité $p(X \geq 65)$ arrondie à 0,01 est égale à :

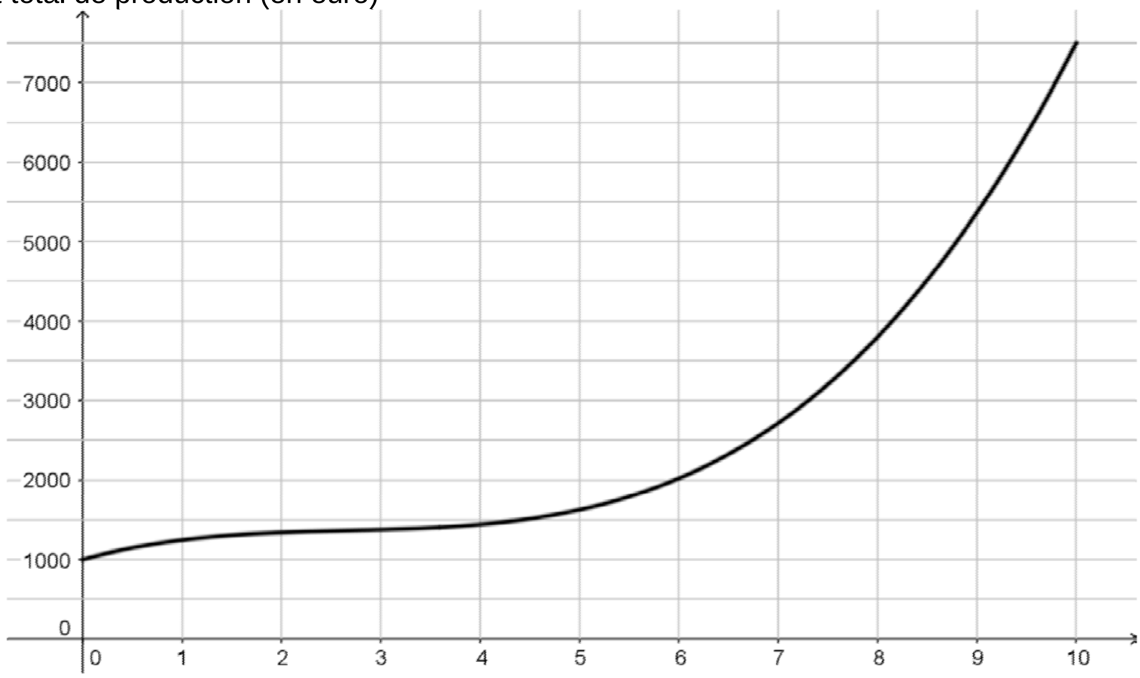
   a) 0,05 b) 0,16 c) 0,50 d) 0,80

Exercice 3 (5 points)

Une entreprise produit et vend un tissu en coton de forme rectangulaire de 1 mètre de large ; on note x sa longueur exprimée en kilomètre, x étant un nombre compris entre 0 et 10.
Le coût total de production en euro de ce tissu est donné, en fonction de x, par :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 350x + 1\,000.$$

La courbe de la fonction C est représentée sur le graphique ci-dessous.



Partie A : Étude du coût total

1. Déterminer le montant des coûts fixes.
2. a) Déterminer, par lecture graphique, le montant du coût total lorsque l'entreprise produit 6 km de tissu.
   b) Déterminer par un calcul sa valeur exacte.
3. Déterminer graphiquement la longueur, arrondie au kilomètre, de tissu produit lorsque le coût total s'élève à 5 500 €.

Partie B : Étude du bénéfice

Le cours du marché offre un prix de 530 € le kilomètre de tissu fabriqué par l'entreprise.
Pour tout $x \in [0\,;\,10]$, on note $R(x)$ la recette et $B(x)$ le bénéfice générés par la production et la vente de x kilomètres de tissu par l'entreprise.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2. Montrer que pour tout $x \in [0\,;\,10]$, $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\,000$.
3. Déterminer $B'(x)$ pour $x \in [0\,;\,10]$ où B' désigne la fonction dérivée de B.
4. Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire les variations de la fonction B sur $[0\,;\,10]$.
5. a) Pour quelle longueur de tissu produit et vendu l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ?
   b) Donner alors la valeur de ce bénéfice maximal.

Exercice 4 (6 points)

Le tableau suivant donne le prix moyen en dollar US de la tonne du cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier des années 2011 à 2015.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Prix (en dollar) d'une tonne de cacao : y_i	2 589,70	2 324,85	2 507,55	2 847,85	3 081,45

Source : INSEE

Partie A

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ , y_i)$, pour i variant de 1 à 5, est représenté en annexe 2.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en fonction de x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au centième.
2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation :
$$y = 150{,}7x + 2\ 218{,}3.$$
   a) Tracer la droite D sur le graphique de l'annexe 2.
   b) À l'aide de ce modèle d'ajustement, donner une estimation du prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier 2020.

Partie B

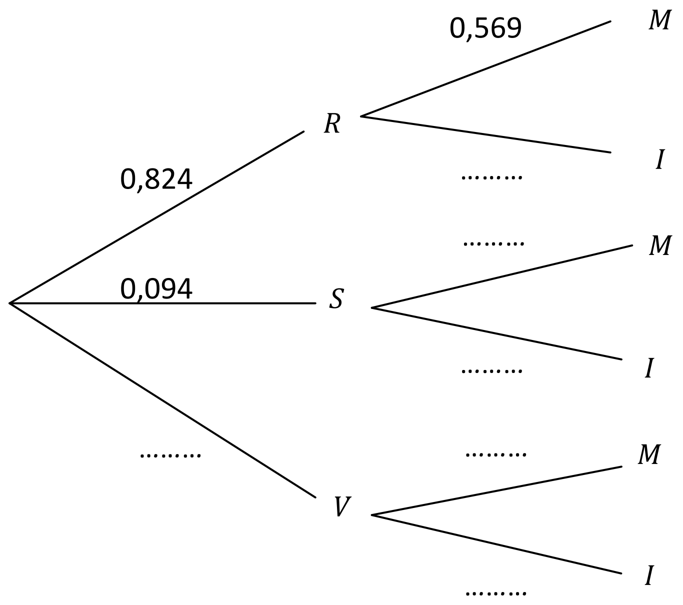
On suppose que le prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire augmente de 4 % par an à partir du 1er janvier 2015. On note u_n le prix moyen d'une tonne de cacao, exprimé en dollar, au 1er janvier de l'année $2015 + n$.

1. En utilisant le tableau précédent, donner u_0 puis calculer $u_1$arrondi au centième.
2. Justifier que la suite (u_n) est géométrique et donner sa raison.
3. Exprimer le terme général u_n en fonction de n.
4. En déduire une estimation, arrondie au centième, du prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier 2020.
5. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES
n est un nombre entier
u et k sont des nombres réels
TRAITEMENT
Saisir k
n prend la valeur 0
u prend la valeur $3\ 081{,}45$
Tant que $u < k$
Faire
    u prend la valeur $1{,}04 \times u$
    n prend la valeur $n + 1$
Fin Tant que
Afficher n

Si l'on choisit $k = 4\ 000$, quelle valeur affichera cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte étudié.

Exercice 1
Annexe 1



Exercice 4
Annexe 2